

Sveiflur og bylgjur

Endurmenntunarnámskeið fyrir raungreinakennara

Ari Ólafsson

dósent í tilraunaeðlisfræði

Eðlisfræðiskor HÍ og Raunvísindastofnun Háskólans

12. – 13. júní 2006

Sveiflur og bylgjur

Almenn einkenni:

- Orka sveiflast milli tveggja forma
- Bylgjur flytja orku í útbreiðslustefnuna

Grunnhugtök:

- Útslag A_0
- Tíðni f horn tíðni $\omega = 2\pi f$
- Öldulengd λ bylgjutala $k = 2\pi/\lambda$
- Útbreiðsluhraði v

Bylgjulýsing:

- Harmoniskar bylgja

$$A = A_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$A = A_0 e^{i(kx - \omega t)}$$

- Bylgjustafn:

$$\theta = kx - \omega t = \theta_0 \quad \text{fasti}$$

$$\implies v = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = f\lambda$$

Meginflokkar bylgna

- Þverbylgjur:

A er vektor með stefnu hornrétt á útbreiðslustefnuna

Dæmi: Bylgjuhreyfing á streng

- Langsbylgjur:

A getur ýmist verið vektor samsíða útbreiðslustefnu, eða skalarstærð

Dæmi: Hljóðbylgjur í vökva eða gasi, lýst með staðsetningu eða hraða einda, eða þrýstingi

- Yfirborðsbylgjur:

Blanda af þver- og langsbylgjum

Dæmi: Ölduhreyfing á yfirborði vökva

Eiginleikar sveiflna

● Afl $P \sim A^2$ (harmoniskar sveiflur)

● Skautun (bundin við þverbylgjur) $\mathbf{A} \perp \mathbf{k}$

● Speglun $r = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$ (normal innfall)

$z = \rho v$ fyrir mekaniskar bylgjur

$z = v$ fyrir rafsegulbylgjur

$z = \rho v / S$ fyrir mekaniskar bylgjur í stökkum

● Bylgjubrot $\frac{\sin \theta_1}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{v_2}$ Snell

● Víxlun $A = \sum A_i \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)$

● Bognun $\theta \simeq \lambda / a$

Pendúll, orka

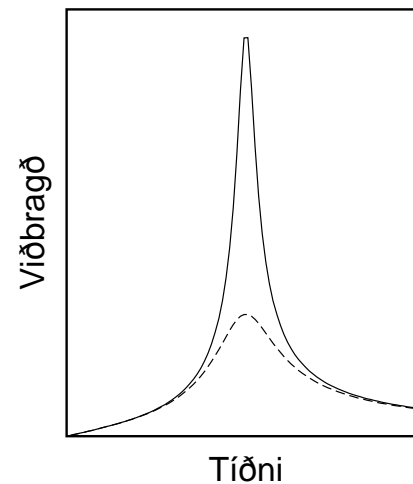
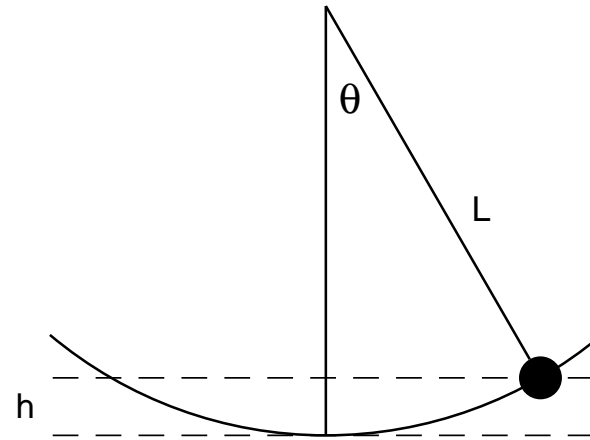
Orka sem bundin er í sveiflunni er í réttu hlutfalli við útslag í öðru veldi

$$h = L(1 - \cos \theta) \simeq \frac{1}{2}L\theta^2$$

$$E_p = mgh \sim \theta^2$$

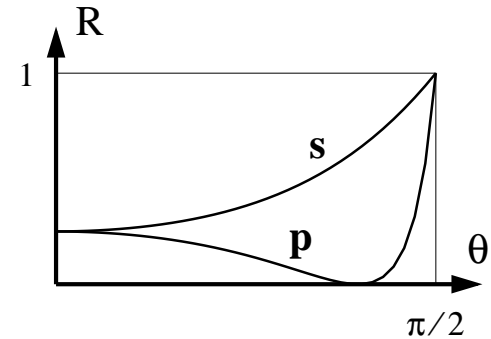
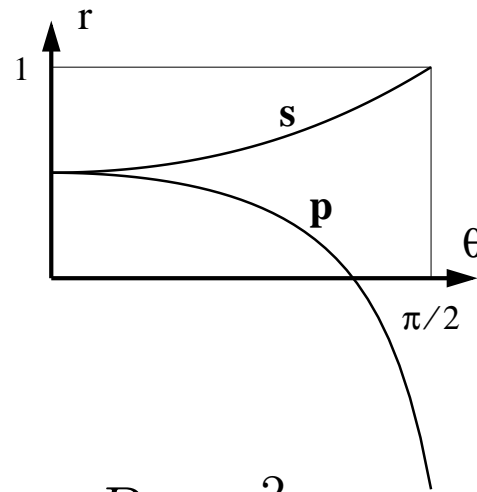
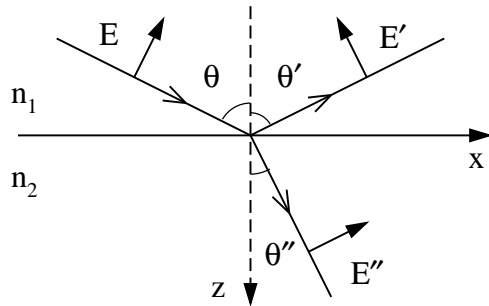
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{L}}$$



Speglun og skautun

Speglun þverbylgna við innfallshorn $\theta \neq 0$ verður háð skautun



Jöfnur Fresnel's

$$R = r^2$$

$$r_p = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

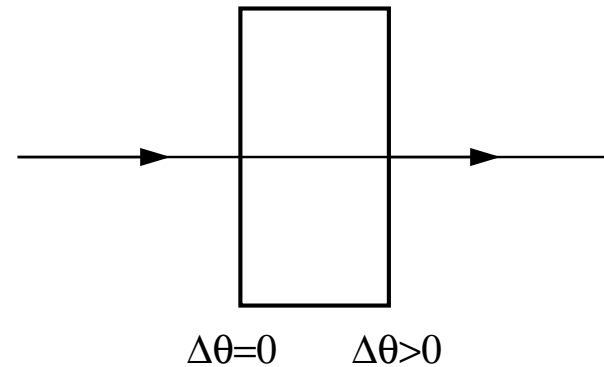
$$r_s = \frac{n_2 \cos \theta_2 - n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_2 + n_1 \cos \theta_1} = \frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

Tvíbrot og skautun

Þar sem bylgjuhraði í efni er háður skautunarstefnu tölum við um tvíbrot; n_x, n_y

$$\theta_i = k_i z - \omega t = \frac{2\pi n_i z}{\lambda} - \omega t$$

$$\Delta\theta = \frac{2\pi}{\lambda} (n_x - n_y) z$$



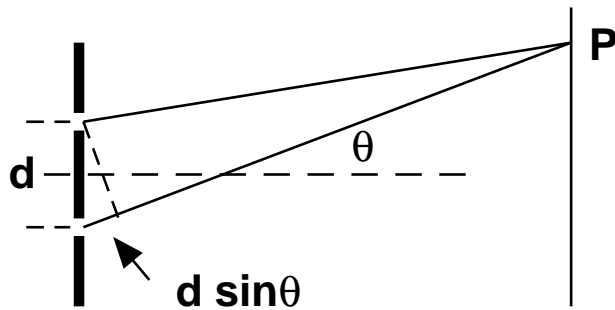
Fyrir jafna blöndu af báðum skautunarstefnum ($A_{x0} = A_{y0}$) í inngeisla gefur:

$$\Delta\theta = 90^\circ \implies \text{Hringskautun}$$

$$\Delta\theta = 180^\circ \implies 90^\circ \text{ snúning á skautun}$$

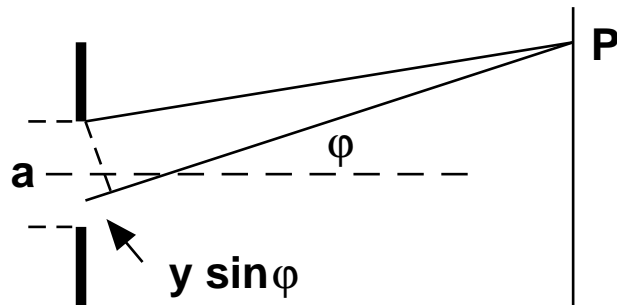
$$\Delta\theta = 270^\circ \implies \text{Hringskautun}$$

Víxlun og tilraun Youngs



- Geislar frá tveimur raufum víxlast í punkti P. Annar fer $d \sin \theta$ lengra en hinn
- Styrkjandi víxlun fæst þar sem vegalengdin er heilt margfeldi af λ
- $d \sin \theta_n = n\lambda$ gildir við kennileitin **ljósir punktar**
- Ef raufavídd a er ekki miklu minni en d verður mynstrið flóknara vegna bogunar

Bognun



- Í punktinum P verður fasamunur milli toppgeisla og annars frá punkti y í raufinni $\beta(y) = 2\pi \frac{y \sin \varphi}{\lambda}$

- $\beta(a) = m \cdot 2\pi$ gefur dökkan blett

$$\implies a \sin \varphi = m\lambda \text{ við kennileitið } \text{dökkur blettur}$$

- Við mörkin $a = \lambda$ fyllir bogunin allt hálfplanið

- Styrkdreifingu í bogunarmynstri er lýst með

$$I = I_0 \left[\frac{\sin \beta_a/2}{\beta_a/2} \right]^2 \text{ þar sem } \beta_a/2 \text{ er fasamunur toppgeisla}$$

og miðgeisla

Babinet

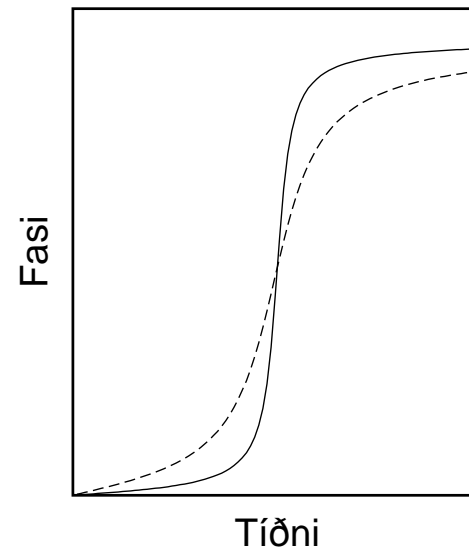
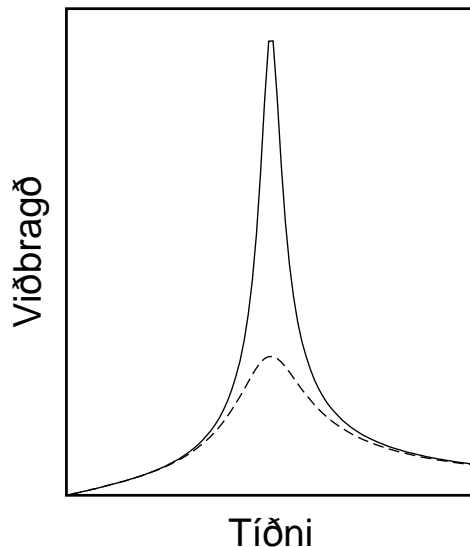
- Hindrun sem þrengir að geisla og sker af honum kallast gríma
- Tvær grímur sem ekki skarast en loka alveg fyrir geislann eru sagðar “complimentar” sbr. “complimentar mengi” (fyllimengi)
- Regla Babinet’s: **Complimentar grímur gefa sama bognunarmynstur**
- Bognunarmynstur hárs er það sama og raufar með sama þvermál

Sveiflar og hermur

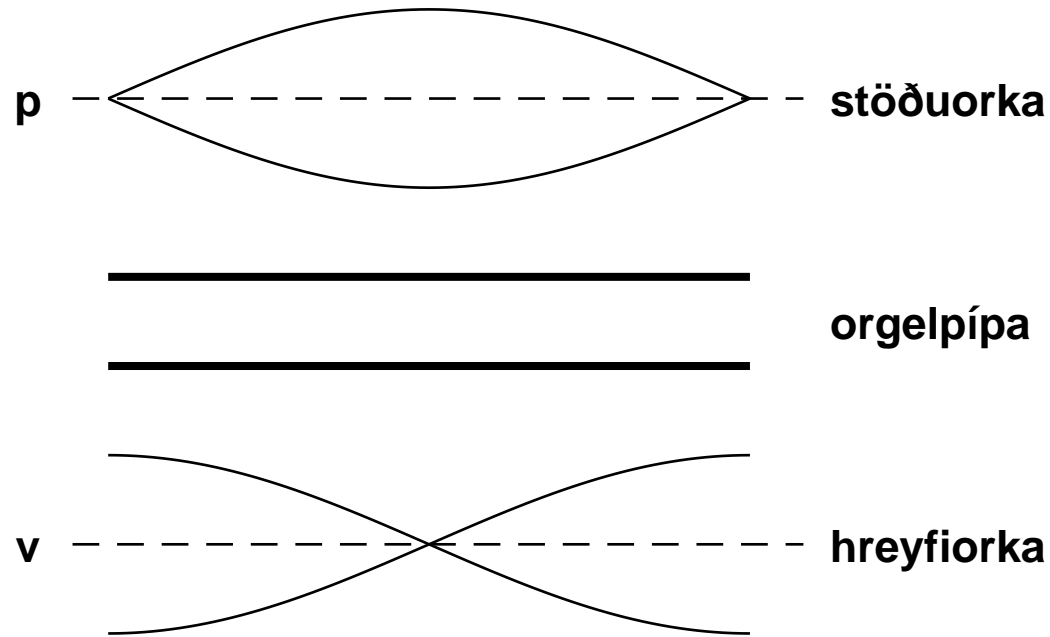
- Tíðni fótataks stórgripa og smádýra er mjög ólík. Hún stjórnast af hermu.
- Blái litur himinsins stjórnast af hermu.
- Hljóðfæri byggja almennt á hermu.
- Fjarskiptatæknin er grundvölluð á hermum.
- Byggingar þarf að hanna svo hermur liggi langt frá örvunartíðni í umhverfinu.

Megineinkenni örvaðra sveifluckerfa

- Toppar í viðbragðskúrfu verða við **eigintíðnir**
- **Orkurýmnd** beggja orkuforma er **jöfn** við eigintíðnir
- **Fasamunur** milli áreitis og viðbragðs **breytist um π** við hverja eigintíðni
- **Breidd toppa** á viðbragðskúrfu segir til um **orkutap**



Orgel pípur



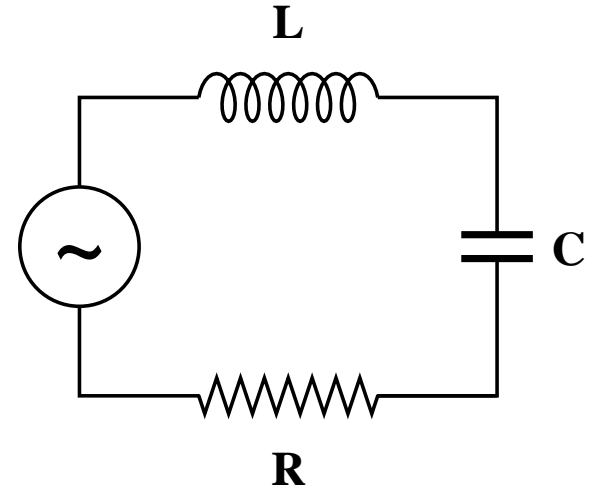
Hljóðhraðinn stjórnar því hversu hratt við getum flutt hreyfiorku frá endunum yfir í stöðuorku í miðri pípu.



$$f_n = \frac{c}{2L}n$$

RCL rás

- Orka í rafsviði þéttis $E_C = \frac{1}{2}CV_{0C}^2$
- Orka í segulsviði spólu $E_L = \frac{1}{2}LI_0^2$

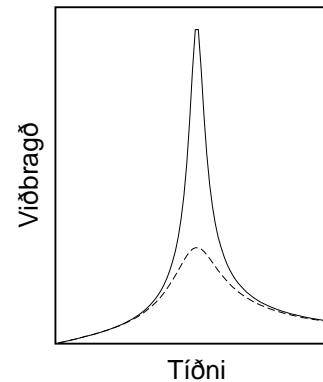
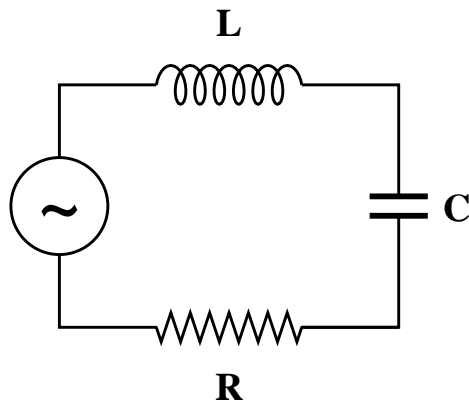


Ef þéttir og spóla eiga að kasta þessu eggj á milli sín þarf

$$CV_{0C}^2 = LI_0^2$$

$$\implies V_{0C} = \sqrt{\frac{L}{C}}I_0 = \frac{q_0C}{C} \implies I_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}q_0C = \omega q_0C$$

$$\implies \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



- Þegar orkupakkinn passar ekki í bæði spólu og þétti, taka viðnám og sveifflugjafi við því sem flýtur yfir.
- Við eigintíðnina skilar sveifflugjafinn orku sem nemur tapi í viðnáminu, en virkar ekki sem orkumiðlari milli sveiflna.
- Á einum radíana sveiflunnar étur viðnámið orkuna

$$E_R = \frac{1}{2\omega} R I_0^2 \qquad Q \equiv \frac{E_L}{E_R} = \frac{\omega L}{R}$$

Fyrir lítil Q -gildi tálgar viðnámið svo utan af orkupakkanum að hann rúmast auðveldar í minni umbúðum.

Tveggja tóna kerfi

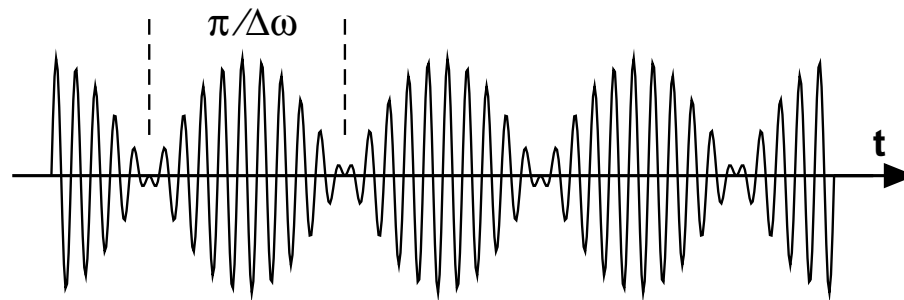
Skoðum kerfi með tvær eigintíðnir, ω_1 og ω_2
Nýjar breytistærðir til einföldunar:

$$\omega_1 = \omega + \Delta\omega \quad \omega_2 = \omega - \Delta\omega$$

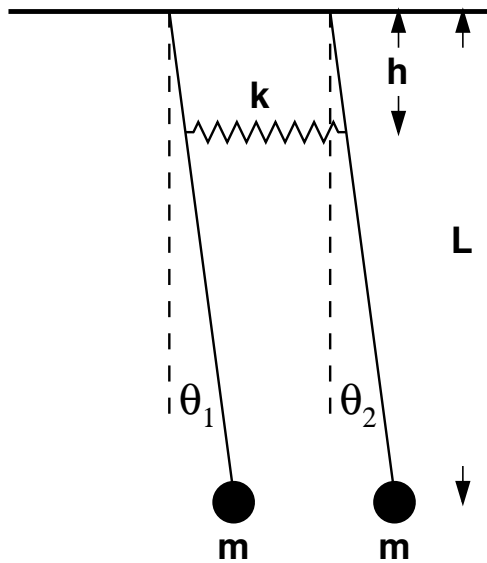
Tökum sveiflu sem er jöfn blanda af báðum sveifluháttum

$$\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t = 2 \cos \Delta\omega t \sin \omega t$$

Slagtónn



Tengdir pendúlar

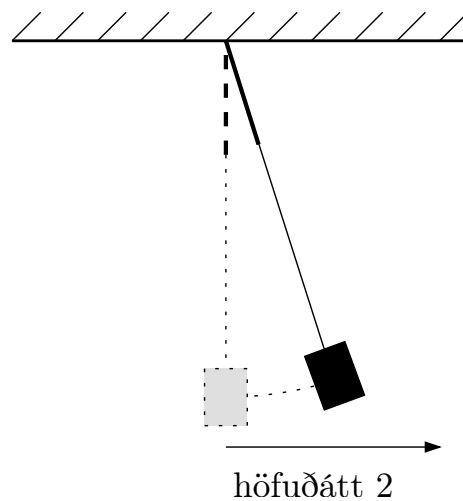
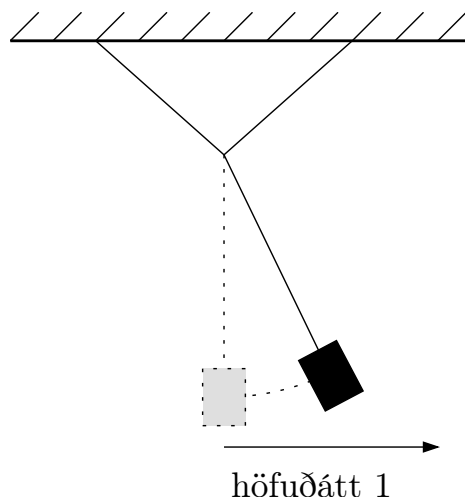


Tengdir pendúlar eru tveggja tóna kerfi með eiginhætti $\theta_1 = \pm\theta_2$. Lægri eigintíðnin svarar til $\theta_1 = \theta_2$ þar sem pendúlarnir finna ekki fyrir hvor öðrum og er því $\omega = \sqrt{g/L}$. Hærri eigintíðnin ræðst af styrk tengingarinnar.

Með byrjunarstöðunni $\theta_1 = \theta_{10}$ og $\theta_2 = 0$ fæst jöfn blanda háttanna sem gefur slagton. Hann inniheldur upplýsingar um báðar eigintíðnir.

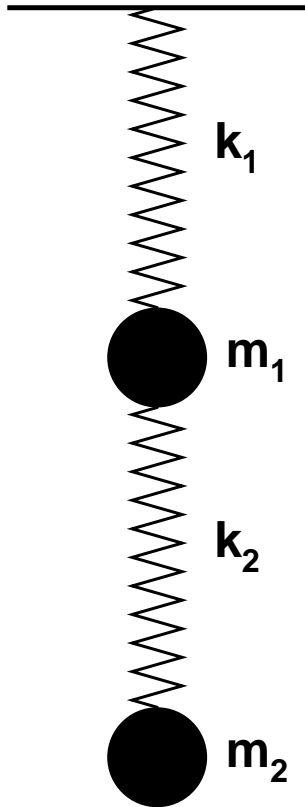
Tveggja tóna einfaldur pendúll

Y-form á upphengju pendúls gefur skautunar–háða virka lengd og þar með stefnuháða eigintíðni. Þetta minnir á umræðuna um tvíbrjótandi efni enda verður stærðfræðin eins. Hér er tíðnin breytileg og áhrifin koma fram með tíma. Tvíbrotið fjallaði um breytilega öldulengd og áhrifin komu fram með þykkt tvíbrjótandi efnisins.



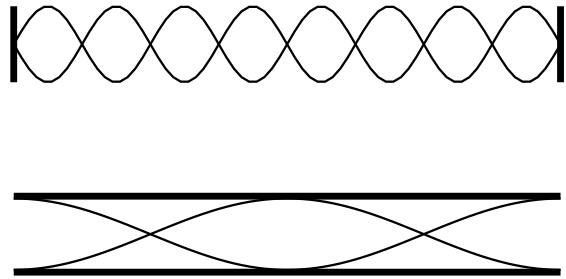
Byrjunarstaða í 45° við höfuðáttir gefur jafna blöndu sveifluháttanna og þróun frá planskautun til hringskautunar til planskautunar þvert á upphafsstefnu og ...

Sterkt tengdir sveiflar



- Tveir eiginhættir með tíðnir sem almennt liggja langt frá $\sqrt{k_1/m_1}$ og $\sqrt{k_2/m_2}$
- Fyrir tilfallið $k_1 = k_2 = k$ og $m_1 = m_2 = m$ fást eigintíðnir $\omega_- = 0.62\sqrt{k/m}$ og $\omega_+ = 1.62\sqrt{k/m}$

Einvíð sveifluhol (resonator)



- Sveifluhol er svæði sem bylgja getur ferðast um en speglast af jöðrunum. Dæmi: gítarstrengur, orgelpípa, ljóshol í leisi.

- $E = E_0 e^{-i(\omega t - kz)} + r E_0 e^{-i(\omega t + kz)} = E_0 e^{-i\omega t} (e^{ikz} + r e^{-ikz})$
- $|r| = 1$ gefur hreina staðbylgju en blöndu með hlaupandi bylgju ef $|r| \neq 1$
- Ef jaðarskilyrði kalla á hnútapunkta í endunum ($r = -1$) fæst $E(z = 0) = E(z = L) = 0 \implies kl = q\pi$
 λ og f bundin við stök gildi: $\lambda = 2L/q$ $f = q \cdot c / (2L)$
- Með hnútapunkt í öðrum enda og bug í hinum ($r = 1$) fæst $\lambda = \frac{4L}{2q-1}$

Bylgjur á vatni

$$v^2 = \left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda} \right) \tanh(2\pi h/\lambda)$$

● **Djúpbylgjur** $\frac{2\pi h}{\lambda} \gg 1$ $v^2 \simeq \frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi T}{\rho\lambda}$

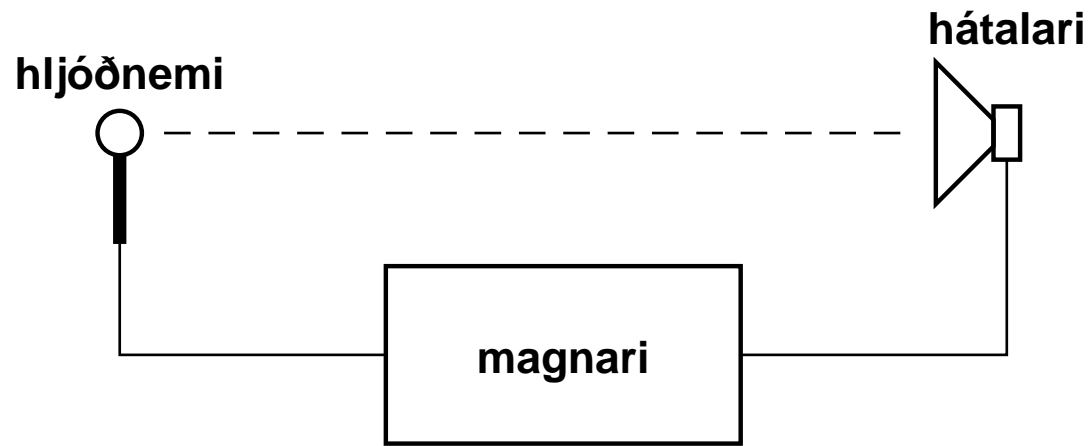
● **Grunnbylgjur** $\frac{2\pi h}{\lambda} < 1$ $v^2 \simeq gh + \frac{4\pi^2 Th}{\rho\lambda^2}$

● **Gárur** $v^2 \simeq \frac{2\pi T}{\rho\lambda}$

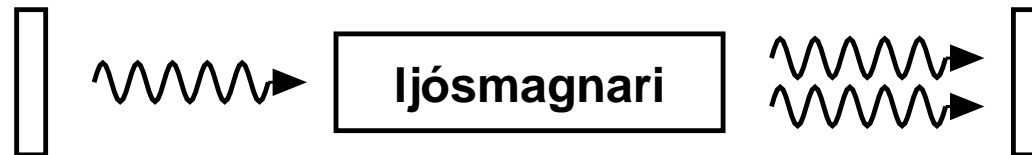
Sveifflugjafar

Sveifluhol með mögnun

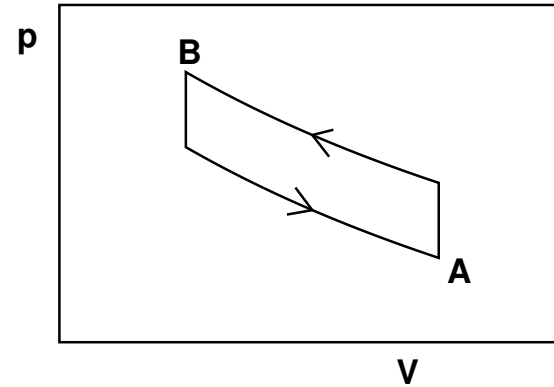
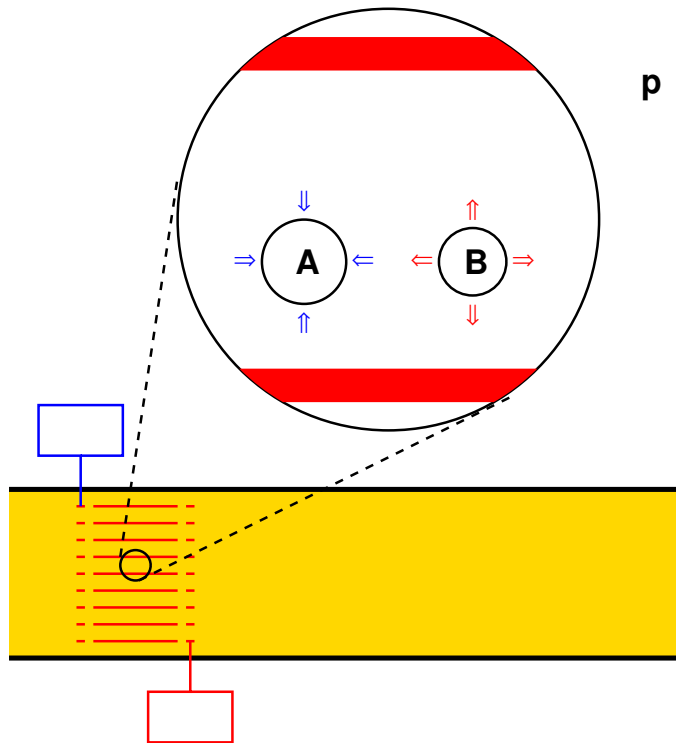
Hljóðkerfi



Leisir



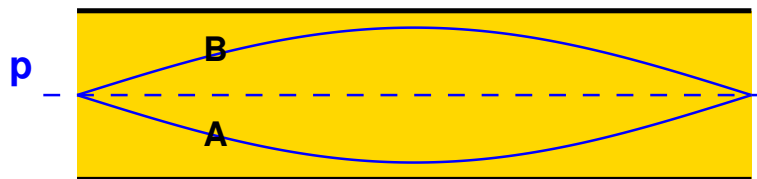
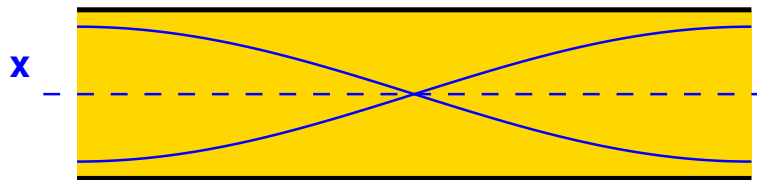
Varmahljóðfræði I



A: lágprýst svæði

B: háprýst svæði

\Rightarrow : varmaflæði



Varmahljóðfræði II

