

Snúningshreyfing

Tilvísun

1. Young & Freedman: *University Physics*, kaflar 9 og 10.
2. Benson: *University Physics*, kaflar 11 og 12.

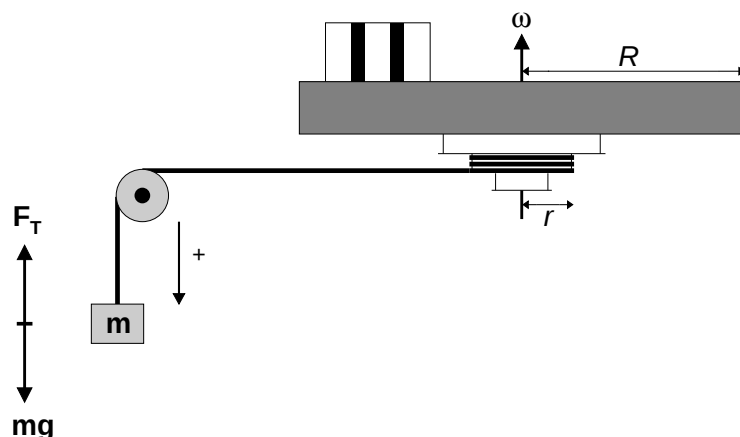
1 Inngangur

Í þessari æfingu verður könnuð hreyfing plötu (ásamt fylgihlutum) sem snýst viðnámslítið um lóðréttan möndul þar sem stöðugur ytri kraftur knýr snúninginn. Mæligögn eru skráð í raf-ræna klukku og flutt til frekari vinnslu í tölvu. Nemendur geta fært gögnin á sitt heimasvæði í Uglunni og/eða á eigin minnislykil. Mæld verður hverfitregða hringlaga plötu sem er hluti af mælitæki og síðan hverfitregða annarra hluta sem lagðir verða ofan á plötuna. Látið verður reyna á „parallel axis theorem“ (Young & Freedman, jafna 9.19). Síðasti liðurinn um orkutap er valfrjáls.

2 Snúningstæki

Hringlaga plata snýst um lóðréttan möndul. Neðan á hana er fest lítil þrískipt reimskífa sem bandspotta er vafið um, hann lagður út yfir kefli eða trissu við brún tækisins þar sem lóð togar bandið niður. Tæki og spottalengd eru stillt þannig af að lóðið nær ekki að snerta gólf þegar spottinn er að fullu dreginn út.

Lóðið sígur niður þegar því er sleppt og snýr skífunni, uns neðstu stöðu er náð. Þá snýst þetta við og hverfiskriðþungi skífunnar dregur lóðið upp aftur. Í viðnámslausu kerfi nær lóðið aftur fyrri hæð.



Mynd 1: Hringlaga skífa snýst um lóðréttan möndul, með hornhraða ω .

Tafla 1: Tengsl breytistærða í línulegri hreyfingu og snúningshreyfingu.

Línulegur ferill			Hringferill			Tengls
Staðsetning	x	m	Stöðuhorn	θ	rad	$x = \theta \cdot R$
Hraði	v	m/s	Hornhraði	ω	rad/s	$v = \omega \cdot R$
Hröðun	a	m/s ²	Hornhröðun	α	rad/s ²	$a = \alpha \cdot R$
Massi	m	kg	Hverfitregða	I	kg·m ²	$I = \int r^2 \cdot dm$
Kraftur	F_T	N	Kraftvægi	τ	N·m	$\tau = F_T \cdot r$

Línulegur ferill		Hringferill
$K = \frac{1}{2}mv^2$	Hreyfiorka	$K = \frac{1}{2}I\omega^2$
$F = ma$	Kraftur/Kraftvægi	$\tau = I\alpha$
$W = \int F \cdot ds$	Vinna krafts/kraftvægis	$W = \int \tau \cdot d\theta$

3 Línuleg hreyfing og snúningshreyfing

Í töflu (1) eru á einfaldan hátt borin saman afl og hreyfifræði línulegrar hreyfingar og snúningshreyfingar. Hér eiga stærðirnar x , v , og $a_{brún}$ við vegalengdir á brún snúningsplötu með radíus R meðan F_T er togkraftur bands á reimskífu með radíus r . Hröðun á brún reimskífunnar er sú sama og hröðun lóðsins og er táknuð með $a_{lóð}$.

Án viðnáms í kerfinu er kraftjafna massamiðju lóðsins

$$\sum F_y = mg - F_T = ma_{lóð} \quad (1)$$

svo togkraftur lóðsins í spottann er

$$F_T = m(g - a_{lóð}) \quad (2)$$

Krafturinn er þvert á átaksarminn svo kraftvægið er

$$\tau = rF_T = rm(g - a_{lóð}) \quad (3)$$

Samband hröðunar plötubrúnar og lóðs fæst með

$$a_{lóð} = \frac{r}{R}a_{brún} \quad (4)$$

Samkvæmt töflu (1) gildir að

$$\tau = I\alpha = I\frac{a_{brún}}{R} \quad (5)$$

og með því að leysa saman jöfnur (3) og (5) fæst

$$I = (g\frac{R}{a_{brún}} - r)mr \quad (6)$$

sem er hverfitregða plötunnar.

4 Mælingar á hverfitregðu skífu

Randaspjald, plastþynna með tveimur svörtum röndum, er límd á brún snúningsplötunnar, sjá mynd 1.

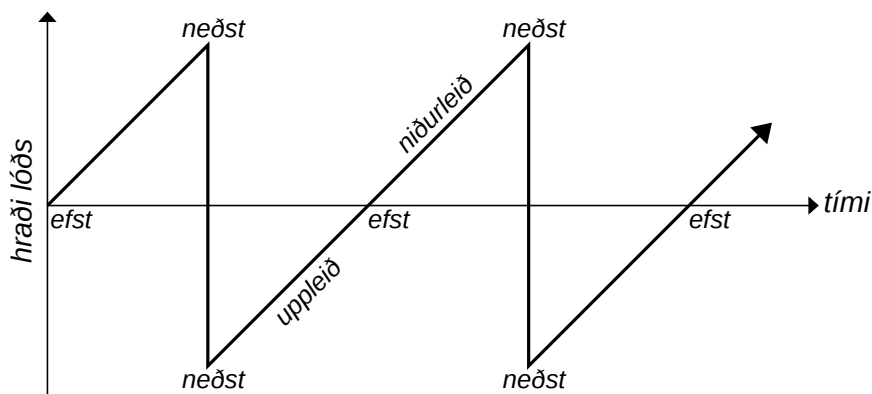
- Komið ljóshliði fyrir þannig að rendurnar rjúfa geislann. Veljið *Acceleration Mode* mælihátt á klukkunni, en þá má mæla hraða og hröðun vagnsins.
- Vefjið spottann um efstu reimskífuna neðan á snúningsplötunni, leggið yfir keflið og hengið lóð í spottann (vigtið lóðið fyrst).
- Sleppið lóðinu úr efstu stöðu og teljið fjölda umferða randaspjaldsins um ljóshliðið á niðurleið lóðsins sem og uppleið. Stillið bandlengdina þannig að á einni umferð lóðsins, niður og upp, er minni klukkunnar næstum fullt.
- Mælið tímann t , það er heildartímann frá fyrsta rofi, meðan lóðið færir niður og áfram upp eins oft og metið var.
- Leitið upplýsinga hjá kennara um flutning á gögnum yfir á tölvu.

Lotan frá neðstu stöðu lóðsins upp og niður aftur er ein samfella, hröðunin er jákvæður fasti alla þá leið (við höfum skilgreint niður sem „+“ stefnu) og hraðinn eykst jafnt og þétt (þ.e. línulega) úr neikvæðu gildi upp í núll (efst) og í jákvæð gildi. Þegar lóðið lendir í neðstu stöðu breytist hraðinn snöggt úr jákvæðu í neikvætt gildi og verður þá afar mikil hröðun á lóðinu. Þar reynir mikið á bandið. Samfelldur hraðaferill lóðs lítur svipað út og mynd 2 sýnir. Hraðaferil brúnar má sjá á mynd 3. Mælingar rafrænnu klukkunnar eru ekki samfelldar, þær gefa okkur tímasettan hraða skífunnar einu sinni á hring sem samsvarar allnokkrum punktum á hverri lotu.

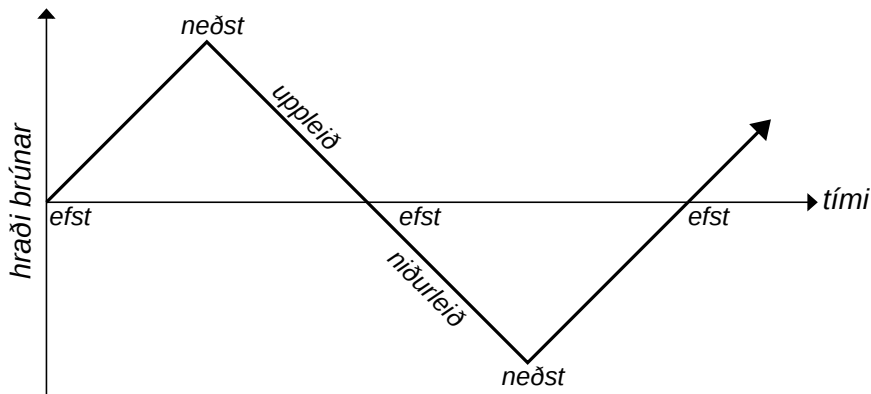
Gera verður greinarmun á uppleið og niðurleið í mælingunum. Eðlilegast er að skilgreina bilið milli rákanna á plastþynnunni dx sem jákvætt á niðurleið, en neikvætt á uppleið.

Nánari athugun: Ef grannt er skoðað sést að hröðunin á uppleið er ekki sú sama og hröðun á niðurleið. Við hljótum að draga þá ályktun að þetta sé vegna viðnáms í kerfinu. Slíkt viðnám veldur óafturkræfri vinnu: $W = \int F_v \cdot ds$. Krafturinn F_v verkar andstætt við hreyfistefnu hverju sinni, upp þegar lóðið er á niðurleið og niður þegar það er á uppleið. Því verður að skoða kraftjöfnur sérstaklega fyrir hvort tilfelli.

Gerum þá nálgun að viðnámskrafturinn sé jafnstór að tölugildi á uppleið og niðurleið og



Mynd 2: Hraði lóðs í snúningslausu kerfi



Mynd 3: Hraði skífubrúnar í núningslausu kerfi

óháður hraða (það er reyndar hæpið) og valdi hröðun a_v . Þá má sjá að

$$a_v = \frac{1}{2}(a_{upp} - a_{niður}) \quad (7a)$$

$$a_0 = \frac{1}{2}(a_{upp} + a_{niður}) \quad (7b)$$

þar sem a_0 er hröðun í núningslausu kerfi.

- Mælið aðra alla þætti sem þarf til að reikna hverfitregðu plötunnar.
- Lesið stærðirnar a_0 , a_v og I_{plata} úr gögnunum.
- Berið mælt gildi á I_{plata} saman við gildi sem reiknað er út frá massadreifingu plötunnar. Massi reimskífunnar er skráður á límmiða á hverri plötu.

Tillaga að úrvinnslu: Teiknið graf af hraða brúnar sem fall af tíma. Tveir ferlar eiga að koma fram, annar fyrir niðurleið lóðs og hinn fyrir uppleið lóðs. Því fást tvær hallatölur sem jafngilda hröðun á uppleið, a_{upp} og hröðun á niðurleið, $a_{niður}$. Nálgjið $a_{brún}$ sem a_0 . Þannig má finna hverfitregðuna með jöfnu (6).

5 „Parallel axis theorem“

- Járnhringur fylgir tækinu. Kallið frávik massamiðju hringins frá snúningsás h . Mælið hverfitregðu kerfisins á fyrrgreindan máta fyrir fjögur gildi á h þar sem eitt þeirra er 0 (vígtið járnhringinn). Þetta er gert fjórum sinnum.
- Berið saman við fyrrgreint lögmál.

Tillaga að úrvinnslu: Gerið graf af hverfitregðu I sem fall af h^2 . Út frá „Parallel axis theorem“ fæst að hallatala grafsins er massi járnhringsins og skurðpunktur við I -ás er samantölð hverfitregða plötu og hringis fyri snúning um massamiðju. Berið mælingar saman við líkan.

5.1 Orkutap (Valfrjáls liður)

Gerum ráð fyrir að viðnámskraftur á kerfið sé fasti og valdi hröðuninni a_v . Þessi hröðun samsvavar kraftinum $F = ma_v$ á lóðið og snúningsáttakinu $\tau = I\alpha_v$ á skífuna. Heildarvinna þessara

krafts og kraftvægis er

$$W = \int F \cdot ds + \int \tau \cdot d\theta = ma_v s + I\alpha_v \theta \quad (8)$$

eða

$$W = (m + \frac{I}{r^2})sa_v \quad (9)$$

Má þannig nota a_v til að finna núningsvinnuna t.d. fyrir eina umferð upp og niður. Sú orku-breyting ætti að samsvara stöðuorkutapinu vegna þess að lóðið fer ekki jafnhátt upp í næstu umferð.

Önnur leið til að nálgast þetta án þess að gera ráð fyrir að krafturinn virki eingöngu á lóðið er í gegnum hreyfiorku $K = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(m + I/r^2)v^2$. Hafi kerfið aukið hraðann með jafnri hröðun a úr kyrrstöðu gildir $v^2 = 2as$ sem er sú vegalengd sem lóðið hefur farið frá kyrrstöðu. Þá er $K = (m + I/r^2)sa$. Þá skoðum við örsmeðarbreytingu í K miðað við samsvarandi breytingu í a :

$$dK = (m + I/r^2)s \cdot da \quad (10)$$

- Notið einhverja uppsetningu sem þið hafið tímamælt, t.d. þá fyrstu með plötunni eingöngu. Mælið heildarvegalengd s í hverri umferð og hve miklu munar á hæstu stöðu lóðsins milli umferða. Metið tap í stöðuorku.
- Reiknið orkutap vegna núningskrafts út frá líkani og berið saman við stöðuorkutapið. Þetta þarf náttúrliga að gera með óvissu. Standist líkanið ekki leikur grunur á að forsendan um það að viðnámskrafturinn sé fasti standist ekki.